

結合合作學習之引導式解題教學法 提升科技大學學生對工程數學之學習信心

文／陳樹人·國立高雄科技大學化學工程與材料工程系副教授

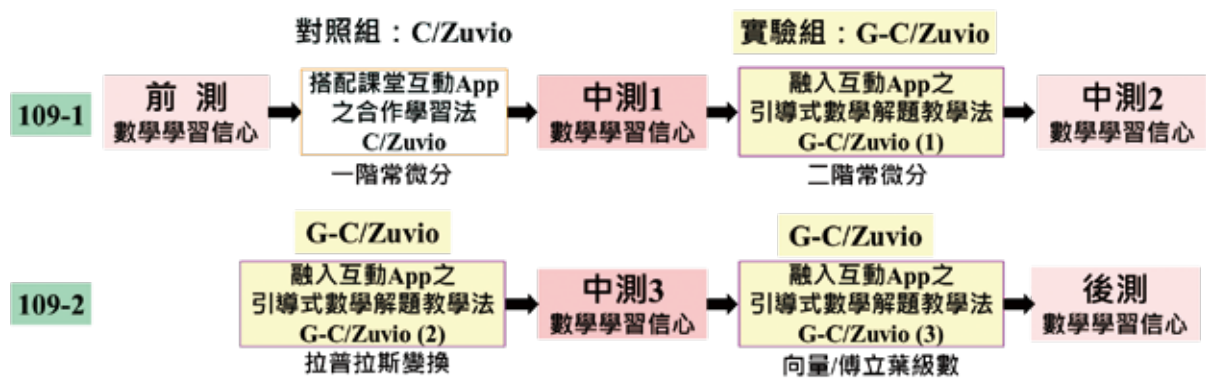
工程數學是工程相關科系的必修課程，以化學工程與材料工程系的課程架構為例，微積分是工程數學的先修課程，工程數學則是修習核心課程如熱力學、化學反應工程、程序控制、單元操作與輸送現象等之基礎。筆者長期觀察學生的學習表現，在工程數學得到學習信心的學生，日後在核心課程的學習表現也比較好。然而，如果學生的數學先備知識有待加強，不熟悉因式分解、分式分解等運算，對於三角函數、解析幾何等數學觀念的理解有限，不僅微積分學習成效不佳，也會影響修習工程數學的學習信心與學習動機。如何幫助學生克服畏懼工程數學的心理障礙，發展提升學習信心的教學方法，一直是許多工程數學授課教師遭遇的教學難題。根據自我效能理論（Bandura, 1977）：「學生是否具備信心完成一項學習活動，是影響學習動機強弱的關鍵因素」，本文將說明筆者在109學年度運用認知負荷理論，重新設計工程數學的教材教法，提升科技大學學生數學學習信心的教學實踐研究歷程。

計畫發想與問題意識

筆者在107學年度執行教學實踐研究計畫「以科技媒體提升科技大學化材系學生工程數學之

學習動機」，研究採用ARCS動機模式量表分析學習動機（Wu et al., 2012），研究發現相較於傳統單向式講授教學，「搭配課堂互動App的合作學習法」（Cooperative Learning with Zuvio，簡稱C/Zuvio教學法）能提升學生的學習動機。然而，進一步分析ARCS學習動機量表四個向度數據卻發現，雖然「搭配課堂互動App的合作學習法」在Attention（引起注意）、Relevance（切身相關）、Satisfaction（獲得滿足）等三個向度的後測分數皆高於起點行為與傳統教學，但是Confidence（建立信心）向度的後測分數並沒有顯著差異。這項數據分析顯示，C/Zuvio教學法雖然能引發學生注意，讓學生體認切身相關，也有助於學生獲得學習滿足感，卻沒有顯著提升學生的學習信心。

從學生訪談回饋意見發現，學生欠缺數學學習信心的原因主要是：看不懂教科書的內容，即使上課看懂老師的解題示範，看到題目仍然不會解題。筆者因而省思教材內容是不是超出了學生認知負荷？教學訊息是不是無法有效引導學生組織與整合，進而自主練習解題？換言之，工程數學的教材教法必須配合學生的先備知識，提供必要明確的引導，降低認知負荷，才能讓學生願意學習，有自信能學會。



圖一 研究流程設計

學習信心與學習成就往往相互影響，在學習數學的過程中，正確解題不僅能讓學習者獲得成就感，更能提升學習信心（Kunhertanti & Santosa, 2018）。雖然教科書會提供例題與示範解題，但是解題步驟往往不夠詳細，數學先備知識不足的學生常常無法理解教科書提供的解題步驟，授課教師必須援引必要的先備知識並詳細解說步驟，才能幫助學生理解。例如，以拉普拉斯變換解常微分方程式需要運用分式分解，雖然分式分解屬於國中數學的範圍，如果學生忘記中學階段學過的數學運算，教師又沒有講解分式分解的演算步驟，學生往往無法自主解題，連帶地打擊學習信心。從這觀點，工程數學的教材內容必須根據學習者的先備知識而設計。其次，根據認知負荷理論，教學訊息必須去除無關的訊息、有結構、有脈絡、有引導，才能有效地幫助學生理解教學內容。有鑑於此，本研究的構想是根據認知負荷理論設計教材，編制引導式學習單，在課堂教學實施合作學習，發展結合合作學習之「引導式解題教學法」（Guided Problem Solving Teaching integrated C/Zuvio，簡稱G-C/Zuvio），探討修習工程數學的學生接受G-C/Zuvio教學法前後，數學學習信心之差異。

研究設計及成效評估作法

一、研究參與者

本研究的參與者為109學年度國立高雄科技大學化學工程與材料工程系日間部四技二年級一個班級學生，有效樣本數共42名。

二、研究設計

研究方法採用單組時間序列分析，如圖一所示，在109-1學期開始教學前，進行數學學習信心量表前測；從109-1學期到109-2學期，每個教學單元結束後實施數學學習信心量表測驗。研究對照組採用C/Zuvio教學法，實施的教學單元為一階常微分方程式（一階ODE）；研究實驗組採用G-C/Zuvio教學法，實施的教學單元包括二階ODE、拉普拉斯變換、向量、傅立葉級數、偏微分方程式等。根據前、中、後測數據分析學生數學學習信心之變化。

三、研究工具與成效評估方法

（一）數學學習信心量表

數學學習信心量表採用Fogarty等人（2001）開發之量表，採用Fogarty量表之理由為該量表調查對象為澳洲南昆士蘭大學修習微積分的學生，符合本計畫的研究對象。

（二）引導式學習單使用感受量表

自編五點量表，有6項問題詢問學生對於筆者

(1)拆解步驟並詳細示範計算過程

Example 02 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-t}}{s^2+\pi^2}\right\}=?$.

$\mathcal{L}^{-1}\{e^{-at}F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{e^{-at}F(s)\} = f(t-a)u(t-a)$.

Step 1: 先不處理 e^{-at} .

Step 2: 計算 $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$.

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-t}}{s^2+\pi^2}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+\pi^2}\right\} = \frac{1}{\pi} \sin \pi t.$$

Step 3: 逆變換結果加上單位階梯函數.

Step 4: 將 $f(t)$ 之 t 改為 $t-a$.

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-t}}{s^2+\pi^2}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\{e^{-t}F(s)\} = \frac{1}{\pi} \sin[\pi(t-1)]u(t-1).$$

Step 5: 若遇到三角函數要注意答案化簡.

$$\frac{1}{\pi} \sin[\pi(t-1)]u(t-1) = \frac{1}{\pi} \sin[\pi t - \pi]u(t-1) = -\frac{1}{\pi} \sin \pi t u(t-1).$$

Answer: $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-t}}{s^2+\pi^2}\right\} = -\frac{1}{\pi} \sin \pi t u(t-1) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ -\frac{1}{\pi} \sin \pi t & 1 < t \end{cases}$.

(2)提示步驟，引導學生練習解題

請參考範例的解題作法，解出以下練習題目。

主 題 Exercise 02 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-t}}{s^2+\pi^2}\right\}=?$ (Answer: $e^{-at}u(t-a) = e^{-t}u(t-1)$).

解

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-t}}{s^2+\pi^2}\right\} = f(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } 0 < t < \pi \\ e^{-t} \sin \pi t & \text{if } t > \pi \end{cases}$$

Hint: 注意 shifting 與 t -shifting.

Step 1: 先不處理 e^{-at} .

Step 2: 目標 $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$.

Step 3: 逆變換結果加上單位階梯函數 $u(t-a)$.

Step 4: 將 $f(t)$ 之 t 改為 $t-a$, $f(t) \rightarrow f(t-a) \rightarrow f(t-1)$.

Step 5: 若遇到三角函數要注意答案化簡.

(3)學生獨立解題

Exercise 02 $\mathcal{L}^{-1}\{s^{-2} - (s^{-2} + s^{-1})e^{-t}\}=?$ (Answer: ...)

圖二 引導式學習單的三階段引導練習題目設計

編制的引導式學習單之使用感受。

(三) 資料蒐集與分析

本研究所蒐集到的學習信心量表數據，採用 SPSS 成對樣本 t 檢定，比較學生接受不同教學方法後，數學學習信心之差異。重複量數分析比較 109 學年度研究參與者在不同學習階段測驗分數之差異，SPSS 單一樣本 t 檢定用於分析引導學習單的使用感受。另外，採用 Cohen's d 估算效果量。

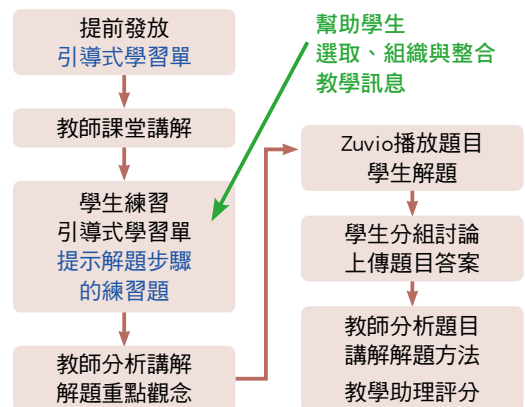
推動實務分享

一、引導式學習單設計

本研究開發之引導式學習單有別於以往的教學講義，除了介紹數學定理與解題原理之外，還有三階段的引導練習題目引導學生自主練習。如圖二所示，第一階段的引導練習題目為解題範例，解題過程以步驟化方式呈現，解題範例提供解題必要的先備知識，步驟化的示範與詳細解題過程則有助於學生理解；第二階段的題目提示步驟，但不提供詳解，目的是引導學生模仿第一階段的範例，自主練習解題；第三階段的題目就沒有步驟引導，完全讓學生獨立解題。

二、教學流程設計

引導式解題教學法之教學流程如圖三，教學單元進行前發放「引導式學習單」，鼓勵學生預習。



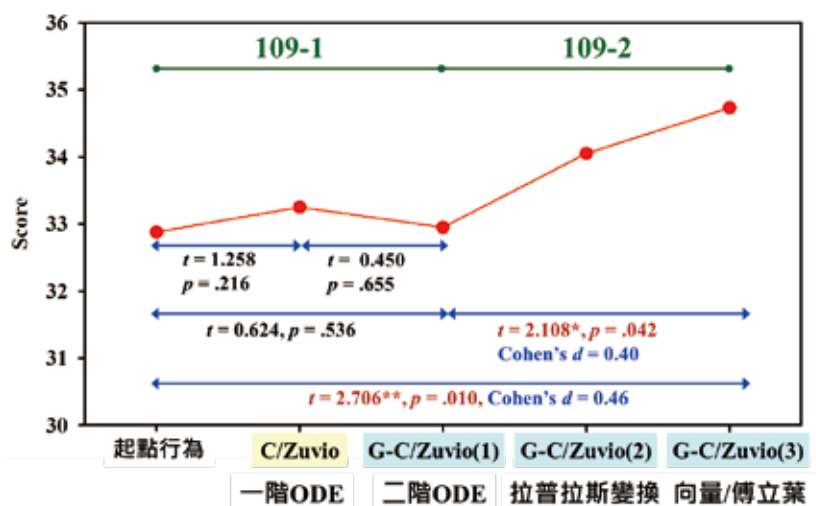
圖三 引導式解題教學法之教學流程

教師在課堂講解定理與示範例題之後，先引導學生練習有提示解題步驟的例題，學生練習將答案截圖上傳 Zuvio 之後，再由教師講解解題觀念。最後，教師再用 Zuvio 播放小組討論題目，學生分組討論解題後將答案上傳 Zuvio，除了教師分析題目講解之外，學生分組作答的結果由教學助理協助評分，分數作為分組競賽分數與平常成績。

教學成果分享

一、不同教學方法對數學學習信心之影響

為了解引導式學習單介入教學前後，學生的數學學習信心之差異，本研究在不同階段施測數學學習信心量表，施測分數之描述性統計與成對樣本 t 檢定分析整理於圖四。從研究成果



圖四 實施引導式解題教學法 (G-C/Zuvio) 前後，學生數學學習信心之差異

表一 不同學習階段學生數學學習信心之重複量數分析

測驗名稱	平均分數	標準差	F值	事後分析
109-1前測	32.88	4.23	3.335*	
109-1一階ODE (中測1)	33.25	3.62		
109-1二階ODE (中測2)	32.95	3.13		
109-2拉普拉斯變換 (中測3)	34.05	4.70		
109-2向量微積分、傅立葉級數 (後測)	34.73	3.88		後測>前測** 後測>中測2*

**p < .01, *p < .05

表二 學生對引導式學習單使用感受量表之分析結果

題項	符合	平均數	標準差	t
工程數學引導式學習單有助於我課前預習	43%	3.68	0.94	1.394
工程數學引導式學習單有助於我課後複習	50%	3.83	0.94	2.571*
工程數學引導式學習單有助於我和同學討論工數上課內容	44%	3.55	0.87	0.396
工程數學引導式學習單有助於我主動自學工程數學	44%	3.68	0.94	1.394
工程數學引導式學習單有助於我理解工程數學的學習內容	52%	3.83	0.85	2.832**
工程數學引導式學習單有助於提高我學習工程數學的信心	39%	3.53	0.99	0.208

**p < .01, *p < .05 (5點量表，以3.5為檢定值)

發現，在109-1學期裡，從起點行為開始，不論是實施C/Zuvio教學法，或是實施G-C/Zuvio教學法，學生的數學學習信心沒有顯著變化。比較中測2 (109-1結束) 與後測 (109-2結束) 之數據則可以看出109-2數學學習信心提升具顯著性差異

($t=2.108, p<.05$)，且具有中到低效果量 (Cohen's $d=0.40$)；若比較前測與後測 (109-1開始與109-2結束)，學習信心之間亦具顯著差異 ($t=2.706, p<.01$)，達到中到低效果量 (Cohen's $d=0.46$)。

為比較109學年不同學習階段下「數學學習信心」平均分數之差異，筆者以重複量數分析處理數學學習信心量表的數據 (表一)。分析後發現，109-2學期的後測與109-1學期的前測、中測2的分數有顯著差異。這個結果顯示，經過2個學期，採用引導式學習單的G-C/Zuvio教學法，可以有效地提升學生對工程數學的數學學習信心。

雖然引導式學習單的介入時機是在109-1學期的期中之後，但是經歷109-1整個學期到了109-2第二學期，學生的數學學習信心才有顯著提升，可能之原因如下：

(一) 109-1開始實施G-C/Zuvio教學法 (引導式學習單介入) 時，學生不熟悉如何運用引導式學習單進行鷹架學習，需要經過一段時間適應教學方法後，數學學習信心才有顯著正向的提升。

(二) G-C/Zuvio教學法開始實施的教學單元是109-1二階ODE，相較於109-1一階ODE (實施C/Zuvio教學法) 與109-2拉普拉斯變換，二階ODE

的學習內容比較容易理解。因此，在二階ODE實施G-C/Zuvio教學法，學生沒有立即感受到引導式學習單對學習的助益，所以數學學習信心在109-1沒有顯著差異。

二、引導式學習單使用感受評估

為了解學生對引導式學習單之使用感受，筆者自編五點量表進行調查，調查結果如表二。從學生選填符合（包括非常符合與有點符合）的比例來看，修課學生認為「工程數學引導式學習單能有助於課前預習」者有43%，認為「工程數學引導式學習單有助於課後複習」者有50%，認為「工程數學引導式學習單有助於和同學討論工數上課內容」者有44%，「工程數學引導式學習單有助於主動自學工程數學」者有44%，「工程數學引導式學習單有助於我理解工程數學的學習內容」者有52%，「工程數學引導式學習單有助於提高我學習工程數學的信心」者達39%。進一步以3.5為檢定值，進行單一樣本 t 檢定值分析發現，學生在「工程數學引導式學習單有助於我課後複習」題項具有正向且顯著的回饋（ $t=2.571$ ， $p<.05$ ），顯示學生傾向在課後複習時使用引導式學習單；在「工程數學引導式學習單有助於我理解工程數學的學習內容」題項具有正向且顯著的回饋（ $t=2.832$ ， $p<.01$ ），由此可以推論：引導式學習單的內容設計確實有助於學生理解工程數學的學習內容。

建議與反思

一、教學建議

本研究發展之教材教法，具有以下優點：(1)即時反饋系統：可促進師生課堂即時互動，輔助學生合作學習；(2)學生合作學習：有競爭機制，可促進學生課堂參與及專心學習；(3)引導式學習單：可幫助學生克服恐懼，引導選取、組織與

整合教學訊息。關於引導式學習單之設計，引導式解題教學法之實施，則有以下建議：

(一) 教師編撰之講義或學習單，除了揭露教學內容之外，可以設計填空題或空白的待答題目，題目由簡而難，引導學生閱讀教學內容之後能夠思考並練習。

(二) 關於合作學習實施方式，數學課程進行分組合作學習前，教師必須先說明教學理念，以便讓學生體認分組討論合作學習有助於提升數學的學習成效，減少學生排斥感。合作學習之進行也需要教師引導，教師可以引導學生在同一小組內分配不同任務角色，建立學生的責任感。在課堂內小組討論解題時，可以搭配競賽機制，激勵學生課堂分組討論與課程參與。

(三) 教學流程設計方面，多數學生的專注度通常只能持續維持10-15分鐘，然而工程數學相關課程（例如微積分、微分方程）的知識量龐大，理解新的學習概念涉及的先備知識量也多，往往講解一個學習概念的時間長達30分鐘，學生無法連續投入這麼長的專注時間。建議教師必須切分知識內容，將一個學習概念再切分為更少更短的內容，再分階段講解，每個小學習概念不要超過15分鐘。

二、學生回饋

學生普遍認同引導式學習單有助於理解學習內容並幫助學習解題，也認同合作學習法的教學成效，學生回饋內容列舉如下：

(一) 老師有發學習單，裡面有將所教的內容詳細解題步驟寫在上面。我比較喜歡這種方式，因為可以對照著範例的步驟練習解題。像是第二次考試，我就比較能理解大致上的重點，所以成績就會比第一次還要來得高。

(二) 從本來的不喜歡數學，到對數學有耐心！以前總覺得要算一堆，很麻煩，很難，導致



▲教學現場照片。(高科大提供)

很容易就放棄。但藉由老師逐步的講解，跟著老師的步驟，慢慢的，我願意靜下來思考，或想辦法把答案理解。

(三) 分組討論，使得我不會因分心而沒有參與到課程。除了能和同學有更多的交流外，更可以把不懂的問題在課堂內解決。

(四) 老師的引導課程和精心製作的講義裡，都用一個個的步驟來幫助我學習，感覺照這個步驟就可以得到最終解答，讓我覺得比較沒那麼懼怕。我最有印象的大概是老師的教學跟其他老師不太一樣，不只分組給大家討論加分，還會再上課帶大家一起解題，使大家比較可以學到不會的題目。

三、教師反思

在教師反思方面，本研究發展之引導式解題教學法結合三項關鍵要素：引導式學習單、即時反



饋系統與合作學習法，實施教學時仍有需要改善的細節：

(一) 使用即時反饋系統的課程愈來愈普遍，學生逐漸失去新鮮感。雖然將即時反饋系統搭配合作學習或計分競賽，有助於維持學生關注課堂學習活動。然而，即時反饋系統的使用頻率與使用時機，仍有待調查研究。

(二) 實施合作學習，容易出現「合作討論意願低」與「搭便車學生」的情況。克服「合作討論意願低」，可以搭配課堂搶答加分；避免學生「搭便車」，則可以嘗試增加同儕互評成績，並且在開始分組前宣布同儕互評的評分項目。

(三) 雖然多數學生會使用引導式學習單進行複習，但是主動使用學習單進行預習的學生人數仍不多。如何引導學生使用學習單預習，還需要發展創新的教學設計。📌

◎參考文獻

- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84(2), 191-215.
- Fogarty, G. J., Cretchley, P., Harman, C., Ellerton, N., & Konki, N. (2001). Validation of a questionnaire to measure mathematics confidence, computer confidence, and attitudes towards the use of technology for learning mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 13, 154-160.
- Kunhertanti, K., & Santosa, R. H. (2018, September). The influence of students' self confidence on mathematics learning achievement. *Journal of Physics: Conference Series*, 1097. doi: 10.1088/1742-6596/1097/1/012126
- Wu, P.-L., Tsai, C.-H., Yang, T.-H., Huang, S.-H., & Lin, C.-H. (2012). Using ARCS model to promote technical and vocational college students' motivation and achievement. *International Journal of Learning*, 18(4), 79-92. doi:10.18848/1447-9494/CGP/v18i04/47568